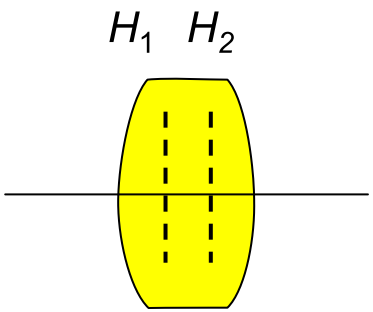
מישורים עיקריים בעדשות

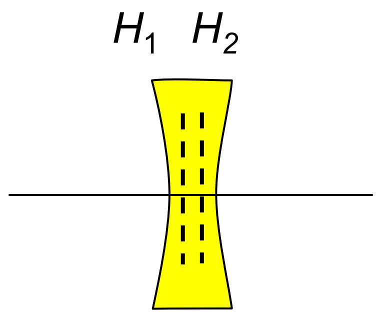
מיקום המישורים העיקריים בעדשות פשוטות:

$\mu=3/2$

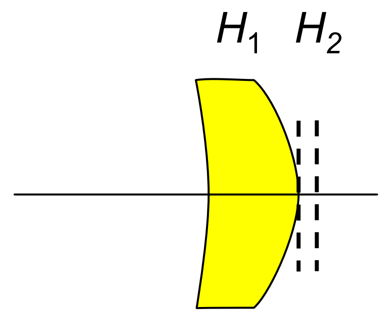
$H_1H_2=V_1V_2/3$



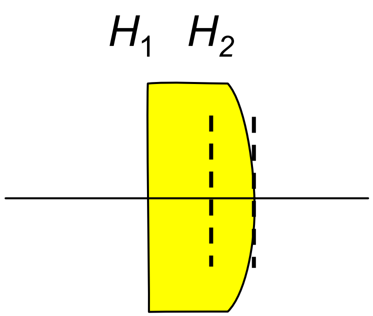
$p_1=p_2=p/2>0$



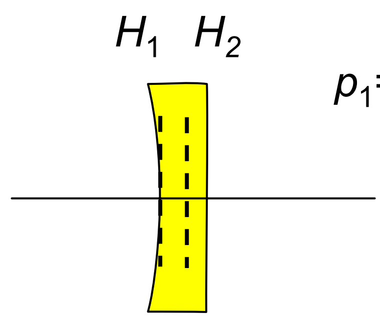
$p_1=p_2=p/2<0$



$p_1=-p/2 \quad p_2=3p/2>0$



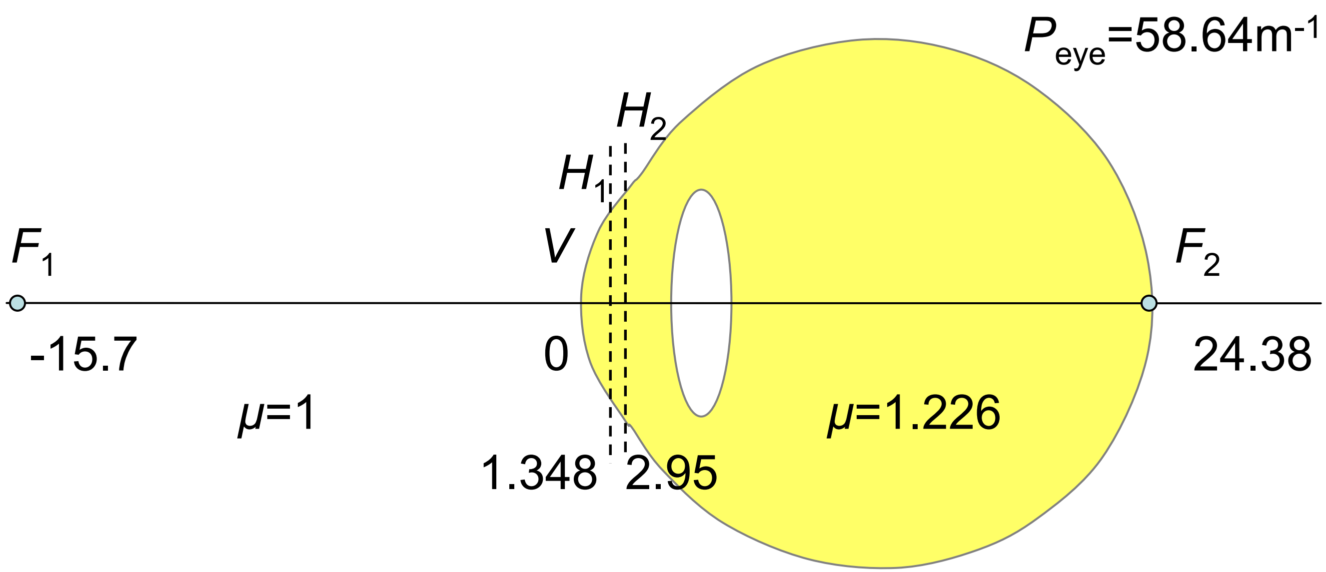
$p_1=0 \quad p_2=p>0$



$p_1=p<0 \quad p_2=0$

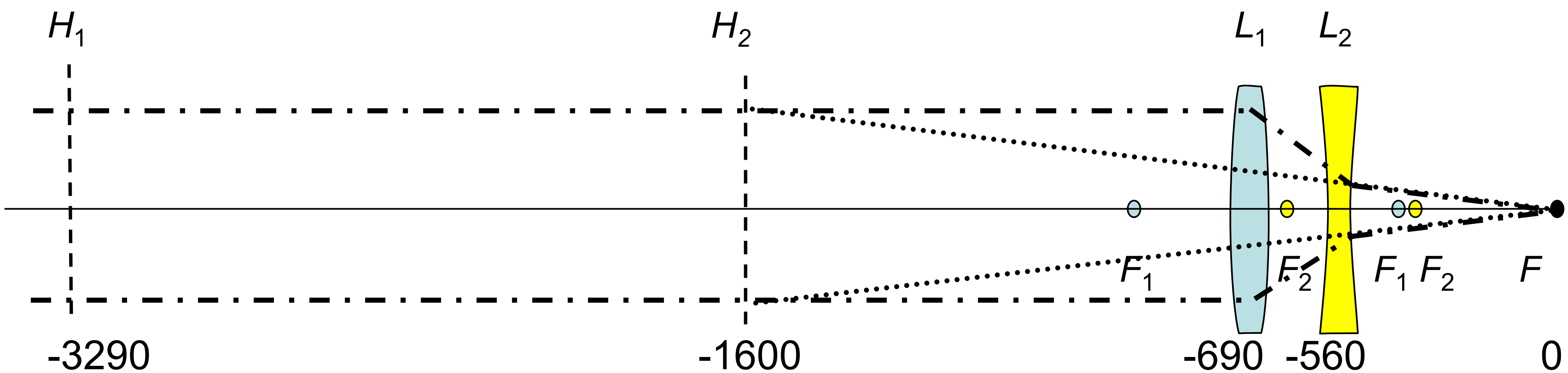
מישורים עיקריים בעין

מיקום המישורים העיקריים בעין (כל המרחקים במילימטרים ביחס לנקודת הכניסה V):

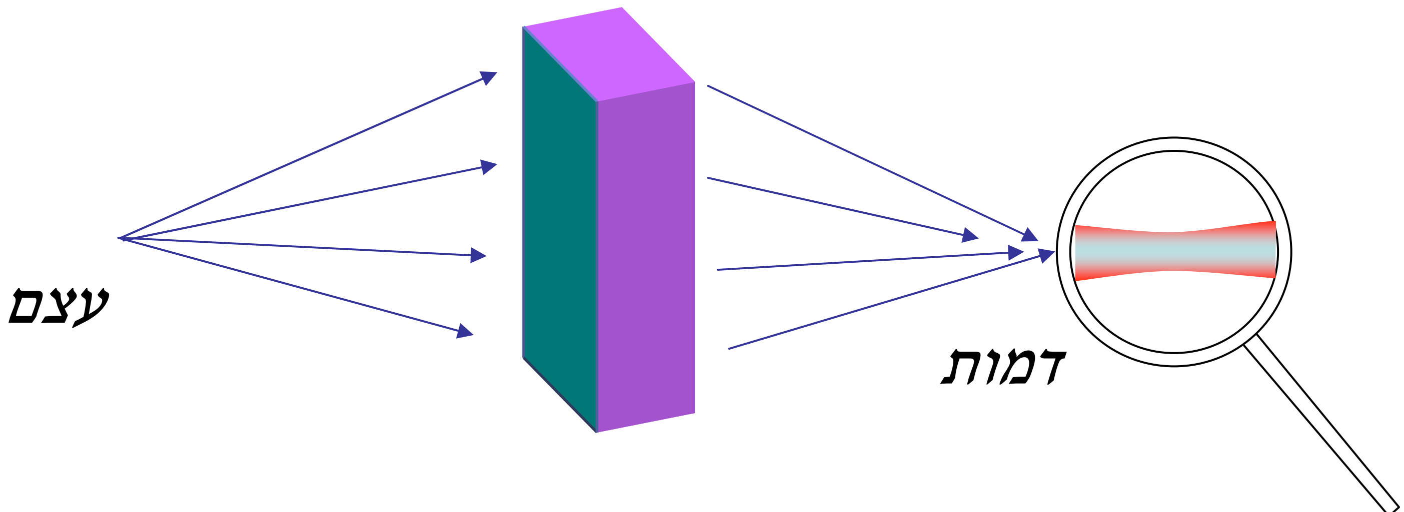


עדשת מצלמה

- מטרת העדשה לדמות עצם רחוק על סרט הצילום או הגלאי.
- שינוי העדשה מיועד לדימות עצמים במרחקים שונים ובהגדלות שונות.
- הגדלה של עדשה בודדת היא $-f/u$ אבל מרחק המוקד (≈אורך המצלמה) לא ניתן לשינוי.
- בצירוף עדשות ניתן להרחיק את מיקומי המישורים העיקריים.
- זוהי עדשת הטלפוטו.



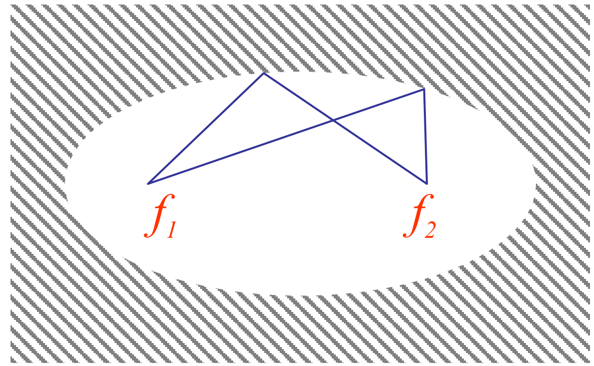
דימות במערכת אופטית

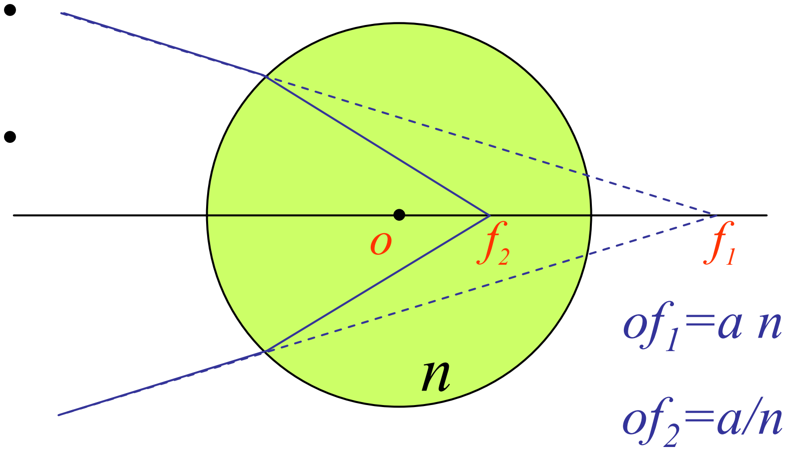


- במערכת אופטית עוקבים אחרי כל קרן לפי חוק סנל או עקרון פרמה
- במערכת מושלמת, כל נקודת עצם צריכה ליצור נקודת דמות בודדת
- רק אלומה מוגבלת של קרנים, דרך חלק מוגבל מאוד של המערכת האופטית, יכול למלא דרישה זו
- ריכוז הקרנים באזור הדמות יוצר עקום קאוסטי
- המוקד הוא שיא (cusp) באזור זה

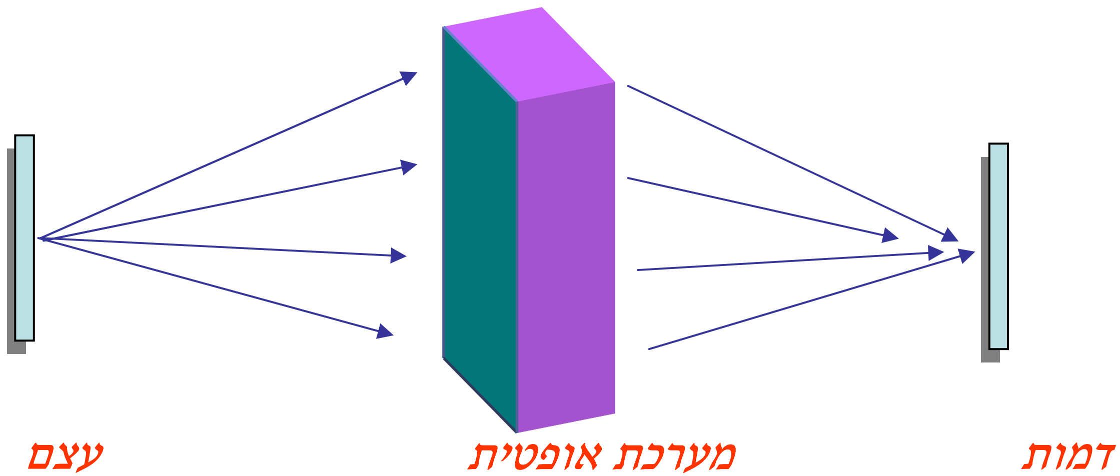
מערכת אופטית מושלמת

- במערכת מושלמת, כל נקודת עצם מחוברת עם נקודת הדמות שלה בקרנים העוברות את המערכת האופטית.
- מראה שטוחה היא מערכת מושלמת, אבל מוגבלת
- כאשר נקודת עצם מוטלת על נקודת דמות בודדת, הנקודה היא סטיגמטית.
- מראה אליפסואידית ועדשה כדורית הן מערכות אופטיות סטיגמטיות בין המוקדים.



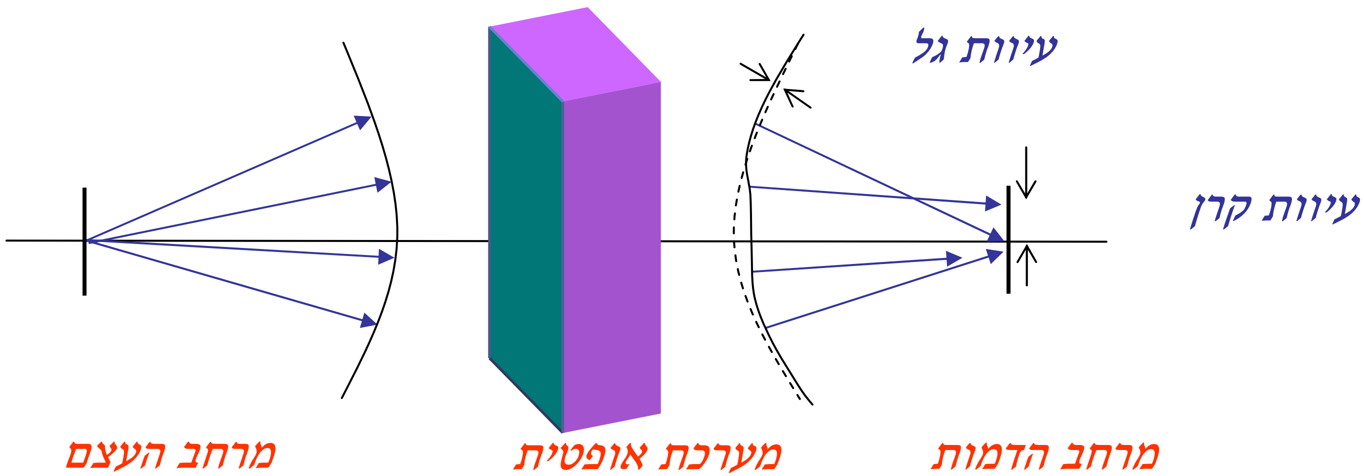


מערכת כמעט מושלמת



- כמעט כל המערכות אינן מושלמות, ולא יוצרות דמויות סטיגמטיות (נקודתיות).
- למרות זאת, במערכת מתוכננת היטב, יש תחום בסביבות הציר האופטי, שבו יתכן דימות כמעט מושלם: האזור הפאראקסיאלי.
- ברוב המערכות, מישור בַּעצם מוטל למישור בדמות. אלו מישורים צמודים.

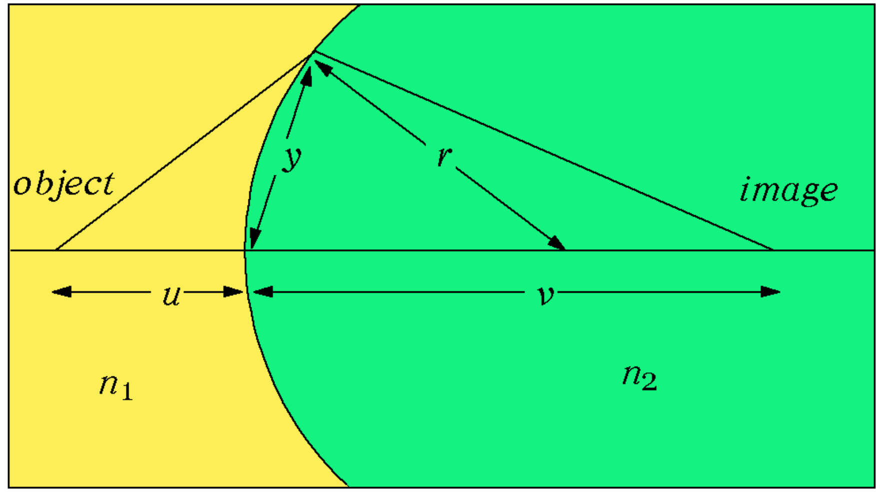
עיוותים (aberrations)



- במערכות אמיתיות (לא פאראסיאליות), יש עיוותים – סטיות מדמות מושלמת.
- הקרנים ניצבות לכל נקודה בחזית הגל.
- עיוות קרן: המרחק בין הנקודה המושלמת ובין חיתוך הקרן את מישור הדמות.
- עיוות גל: הסטיה מכדור מושלם לאורך הקרן, או על חזית הגל.

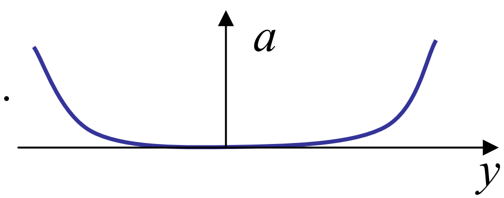
עיוותים על הציר

אברציה ספרית – עיוות כדורי



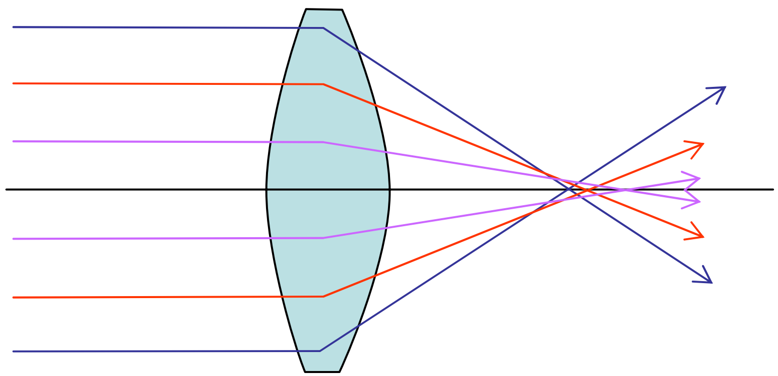
עיוות הגל, ההבדל בין קרן הנמצאת על הציר וקרן בגובה y, הוא

$$a=\frac{y^2}{2}\left[n_1\left(\frac{1}{u}+\frac{1}{r}\right)-n_2\left(\frac{1}{v}-\frac{1}{r}\right)\right]-\frac{y^4}{8}\left[\frac{n_1}{u}\left(\frac{1}{u}+\frac{1}{r}\right)^2-\frac{n_2}{v}\left(\frac{1}{v}-\frac{1}{r}\right)^2\right]+\cdots$$



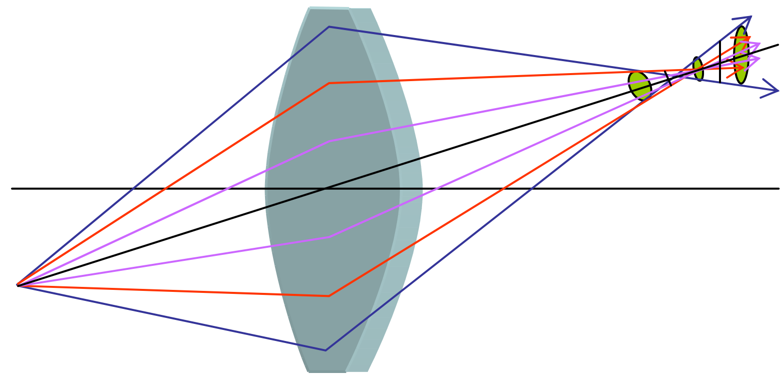
- אפילו בדימות מושלם (כאשר המקדם של y^2 מתאפס) גדל העיוות מחוץ לציר לפי y^4.
- ניתן להימנע מעיוות כדורי באמצעות משטחים לא כדוריים, או בשילוב של כמה משטחים כדוריים.

עיוותי גל

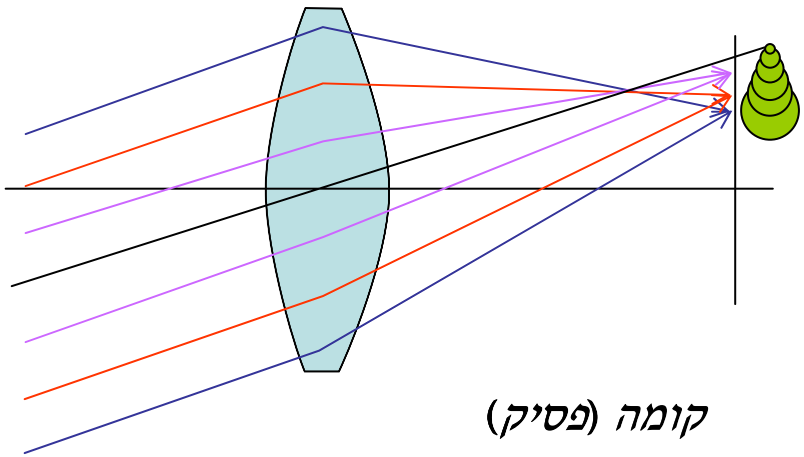


עיוות כדורי

(על הציר)



אסטיגמטיזם



קומה (פסיק)

(משמעות הצבע קרנים שוליות שונות)

תיקון עיוותי גל

- כאשר מתקיים חוק הסינוס של אבה (Abbe) נעלמים העיוות הכדורי והקומה

$$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \text{const.}$$

- כאן התלות היא בין זויות העצם והדמות.
- חוק זה לא מתקיים עבור עדשות דקות.

עיוותי צבע

כוח הדיספרסיה

$$\omega = \frac{\mu_b - \mu_g}{\mu_y - 1}$$

$$\lambda_b = 0.4861\mu\text{m}; \quad \lambda_y = 0.5876\mu\text{m}; \quad \lambda_g = 0.6563\mu\text{m}$$

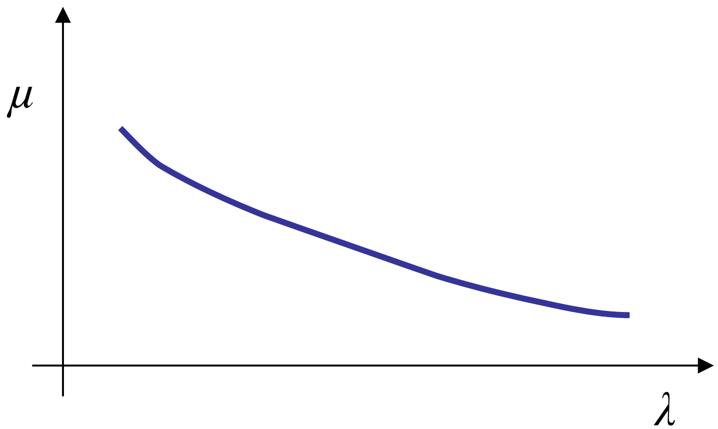
מספר אַבֵּה (Abbe)

$$V = \frac{1}{\omega} = \frac{\mu_y - 1}{\mu_b - \mu_g}$$

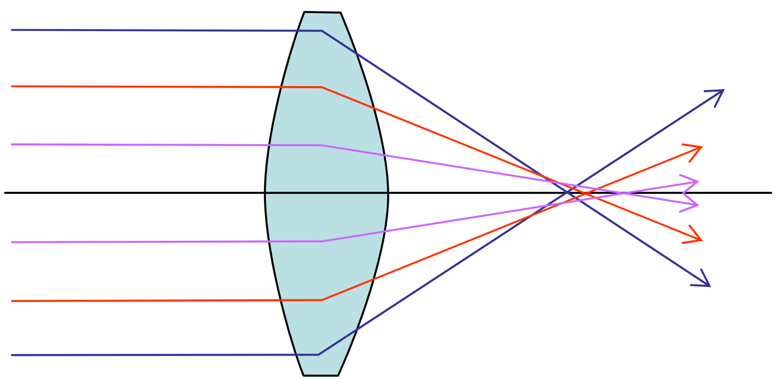
תלות אורך המוקד במקדם השבירה

$$\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \left[\mu(\lambda) - 1\right] \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) = \frac{1}{f(\lambda)}$$

מקדם שבירה של תווך שקוף

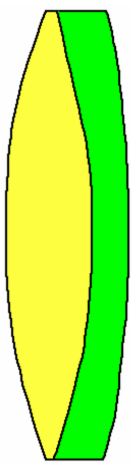


עיוות צבע (על הציר)



תיקון עיוותי צבע

- כדי לקבל אורך מוקד בלתי תלוי באורך הגל נשתמש בשתי זכוכיות בעלות כוח דיספרסיה שונה.
- לזכוכיות Flint או Crown, למשל, יש אמנם דיספרסיה שונה וניתן לקזז את עיוותי הצבע.
- לקבלת מוקד שווה בשני אורכי גל מסוימים, למשל כחול וירוק, נדרוש



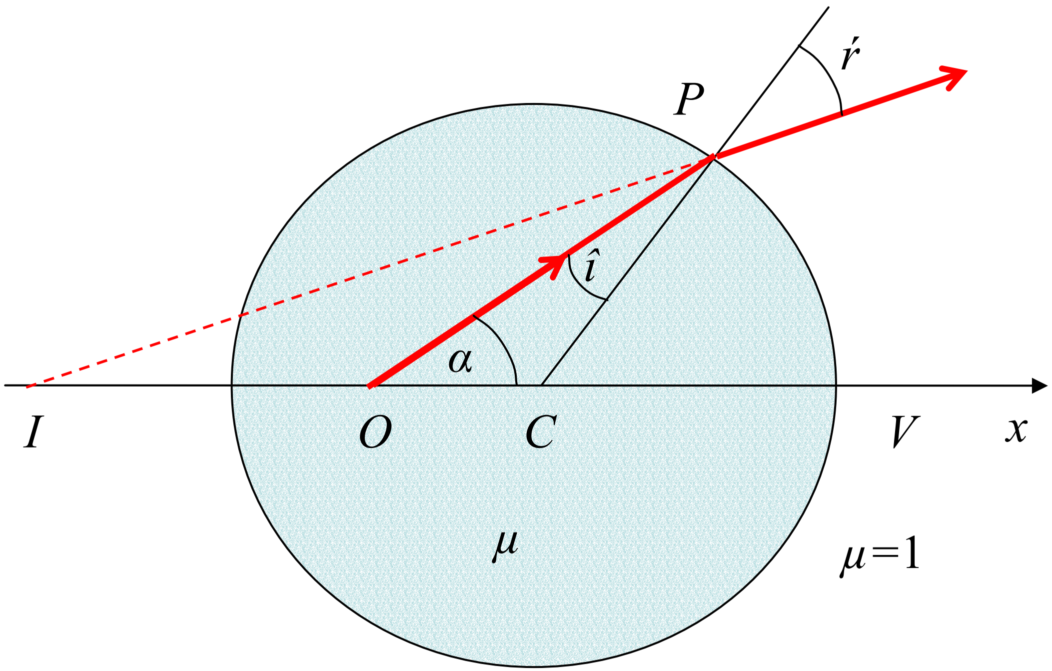
$$\left[\mu(\lambda_1)-\mu(\lambda_2)\right]\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)\Bigg|_{\text{Flint}}=\left[\mu(\lambda_1)-\mu(\lambda_2)\right]\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)\Bigg|_{\text{Crown}}$$

- בצהוב נקבל $f_{\text{Flint}}\,V_{\text{Flint}}+f_{\text{Crown}}\,V_{\text{Crown}}=0$
- והכוח הכולל של העדשה יהיה

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{f_{\text{Flint}}}+\frac{1}{f_{\text{Crown}}}$$

- בהדבקה של שתי עדשות נאלץ לוותר על דרגת חופש אחת (הרדיוס המשותף).

עדשת כדור



- העצם נמצא בנקודה O שמרחקה מנקודה V הוא

  $u = -R - R/\mu$.

- במשולש OCP נקבל מחוק הסינוסים

  $\sin\alpha/\sin\hat{\imath} = \mu$

- לפי חוק סנל קיים גם

  $\sin\acute{r}/\sin\hat{\imath} = \mu$

- לכן $\acute{r} = \hat{\imath}$ ולכן גם $\Delta OCP \approx \Delta PCI$

- מדמיון המשולשים מקבלים

  $IC / R = R / (R / \mu)$

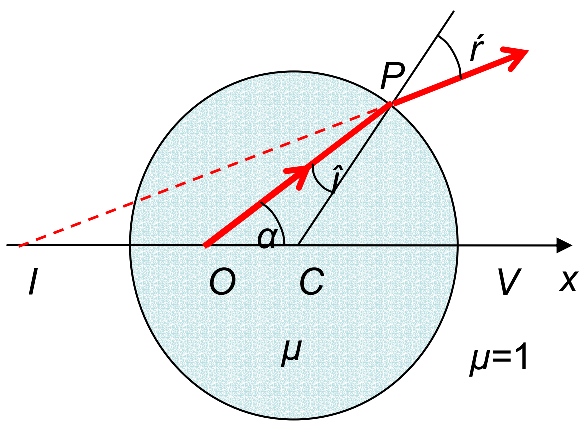
- מכאן שמרחק הדמות I מהנקודה V הוא

  $IV = IC + R = R\mu + R = -v$

דימות בעדשת כדור

- מכיון שלא נעשו שום קירובים, החישוב נכון לכל זוית.
- בזויות קטנות ניתן להשתמש בחשבון המטריצות, והכדור מתואר ע"י

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \dfrac{1-\mu}{R} & 1 \end{pmatrix}$$

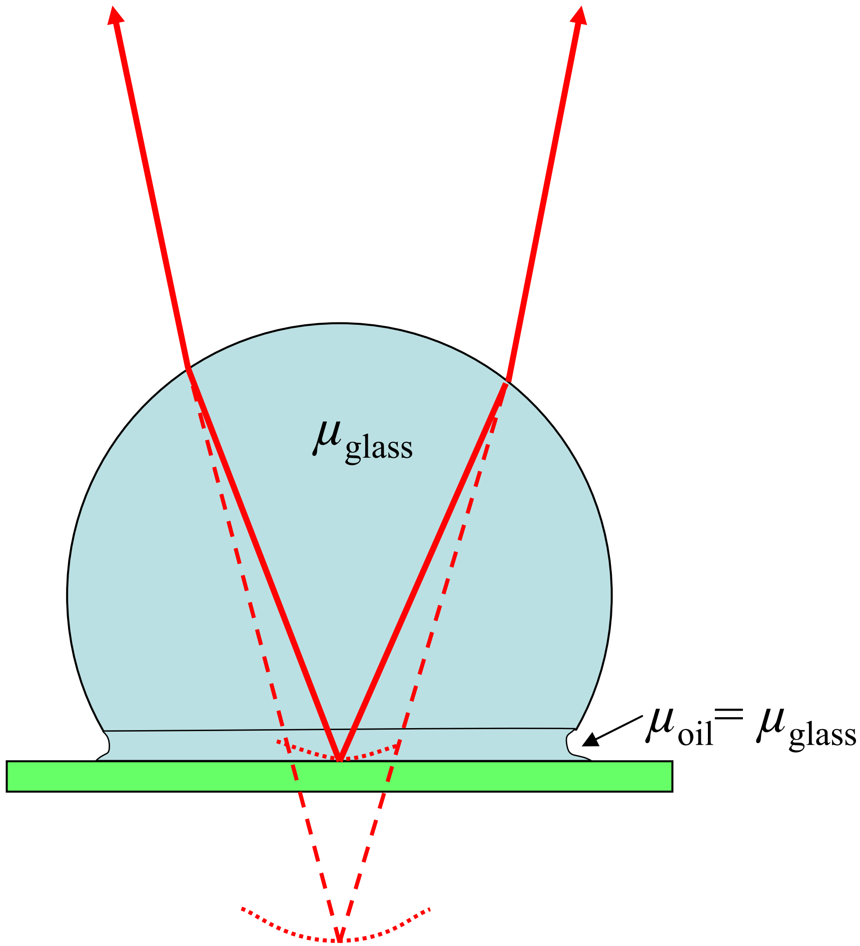


- המישורים העיקריים עוברים דרך V.
- מרחקי המוקד הם

$$f_1 = \frac{R\mu}{\mu-1};\ f_2 = \frac{R\mu}{\mu-1}$$

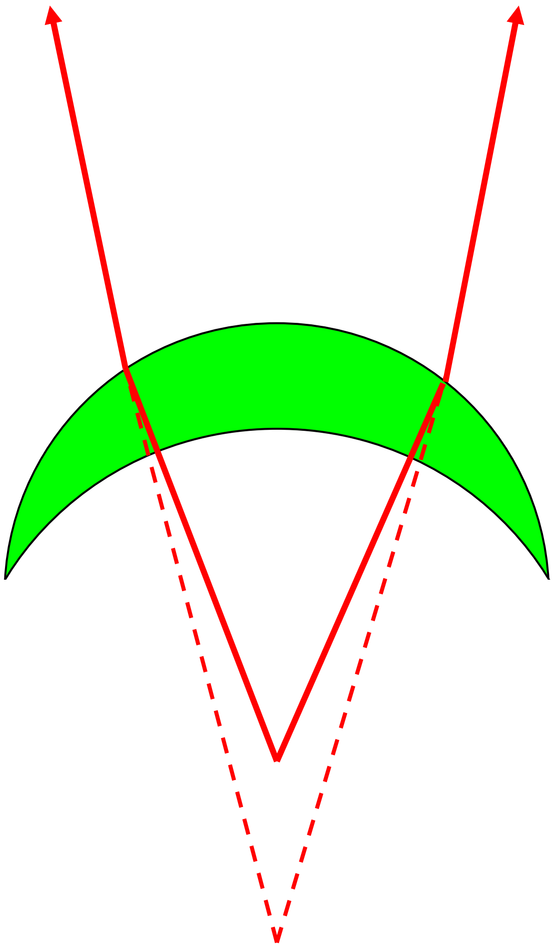
- ההגדלה של הדמות (המדומה) היא μ^2.

שימוש בעדשת כדור



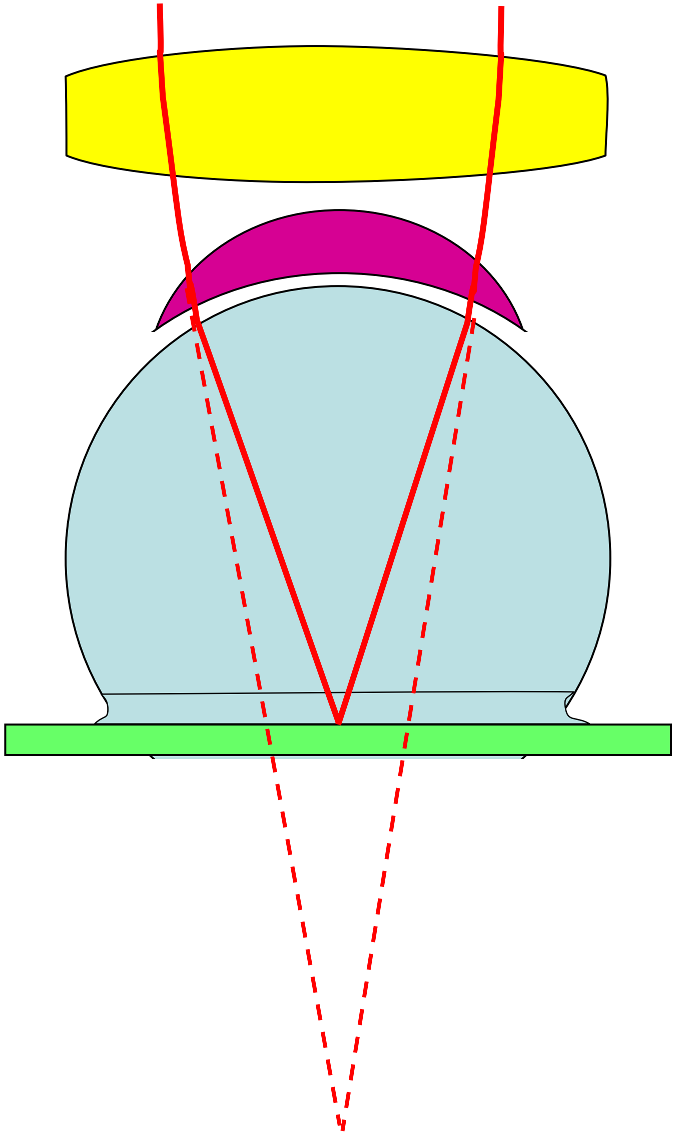
- ניתן לחתוך את הכדור דרך הנקודה האפלנטית שלו.
- בחתך ממקמים דגם של מיקרוסקופ.
- בין הדגם ובין העדשה האפלנטית שמים שמן בעל אותו μ.
- בנוסף, אורך הגל בתוך השמן קצר יותר וכושר ההפרדה גדל.

עוד שימוש בעדשת כדור



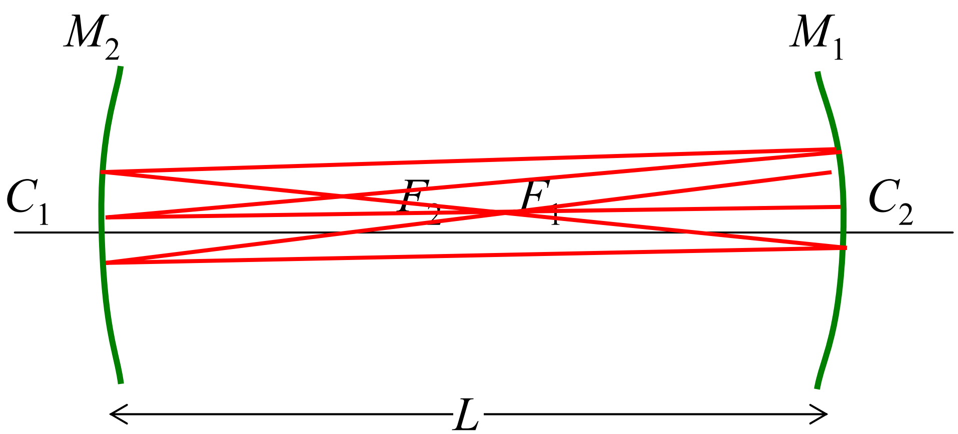
- ניתן לשים את העצם במרכז העקמומיות של עדשה קעורה.
- מרכז עקמומיות זה משמש גם הנקודה האפלנטית הפנימית של המשטח השני.
- כל כיפוף הקרן יהיה רק במשטח השני.
- הגדלת העדשה היא μ.

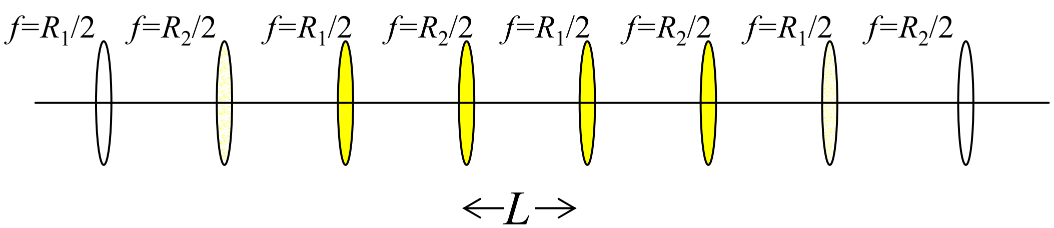
עצמית המיקרוסקופ



- צרוף של שתי עדשות אפלנטיות מאפשר הגדלה משמעותית ללא עיוות כדורי או קומה.
- העדשה העליונה מדמה את העצם לאינסוף.

מהוד פברי-פרו





- המהוד בנוי משתי מראות כדוריות שהאור מוחזר ביניהן הלוך ושוב תוך דרישה שלא ימלט החוצה.
- למראות רדיוסים R_1 ו- R_2. מרחקן זו מזו הוא L.
- רדיוסים חיוביים משמעותם מראות הפונות זו לזו.
- המערכת שקולה לשורת אינסופית של עדשות בעלות מוקדים בשיעור $R_1/2$ ו- $R_2/2$, שמרחקן זו מזו הוא L.

מערכת מחזורית

- המטריצה המסמלות מחזור אחד של המראות היא

$$\mathbf{M}_{\mathrm{p}} = \begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\dfrac{2}{R_2} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\dfrac{2}{R_1} & 1 \end{pmatrix}$$

- לאחר הכפלה מקבלים

$$\mathbf{M}_{\mathrm{p}} = \begin{pmatrix} 1-\dfrac{2L}{R_2}-\dfrac{4L}{R_1}+\dfrac{4L^2}{R_1R_2} & 2L-\dfrac{2L^2}{R_2} \\ -\dfrac{2}{R_1}-\dfrac{2}{R_2}+\dfrac{4L}{R_1R_2} & 1-\dfrac{2L}{R_2} \end{pmatrix}$$

- לאחר N מחזורים מקבלים את המטריצה $\mathrm{M_p}^N$.
- כדי לוודא שהמטריצה $\mathrm{M_p}^N$ מתכנסת, יש ללכסן אותה.
- לשם הליכסון, פותרים את המשוואה הסקולרית $\det\{\mathrm{M_p}-\lambda \mathrm{I}\}=0$ ולקבל את שני הפתרונות, λ_1 ו- λ_2 .

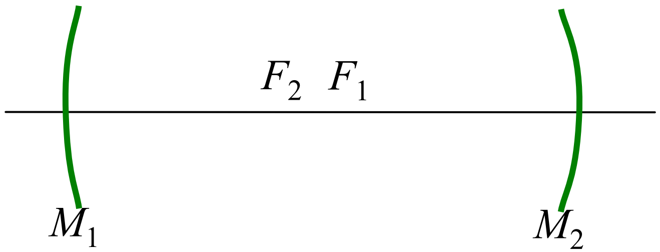
פתרון מתבדר

- המטריצה האלכסונית תהיה $\mathbf{M}_{\mathrm{d}} \equiv \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{pmatrix}$
- מכיון שידוע כי $\det\{\mathrm{M_p}\} = 1$, מקבלים $\lambda^2 - 2\lambda\left[2\left(1-\frac{L}{R_1}\right)\left(1-\frac{L}{R_2}\right)-1\right]+1=0$
- $\det\{\mathrm{M_p}\} = 1$, או $\lambda_1\lambda_2=1$, או $\lambda_2=\lambda_1^{-1}$
- הפתרונות הממשיים מתבדרים. את זה מקבלים עבור $\mathbf{M}_d^N = \begin{pmatrix} \lambda_1^N & 0 \\ 0 & \lambda_1^{-N} \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} \lambda_1^N & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$
- כלומר גובה הקרן וזויתה יגדלו לאין שיעור.

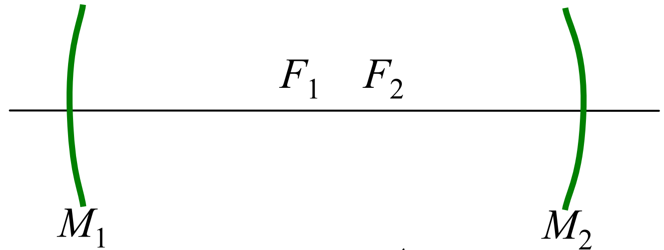
פתרון מתכנס

- הפתרונות המרוכבים מתכנסים. אם $\lambda_1 = e^{i\alpha};\ \lambda_2 = \lambda_1^{-1} = e^{-i\alpha}$
- נקבל פתרון $\mathbf{M}_d^N = \begin{pmatrix} e^{iN\alpha} & 0 \\ 0 & e^{-iN\alpha} \end{pmatrix}$
- פתרון זה מחזורי, ושיעור המחזור $2\pi/\alpha$. כוללים את $\alpha=0$ בפתרון זה.
- התנאי לקיום פתרון הוא אם כן $0 \le \left(1-\frac{L}{R_1}\right)\left(1-\frac{L}{R_2}\right) \le 1$

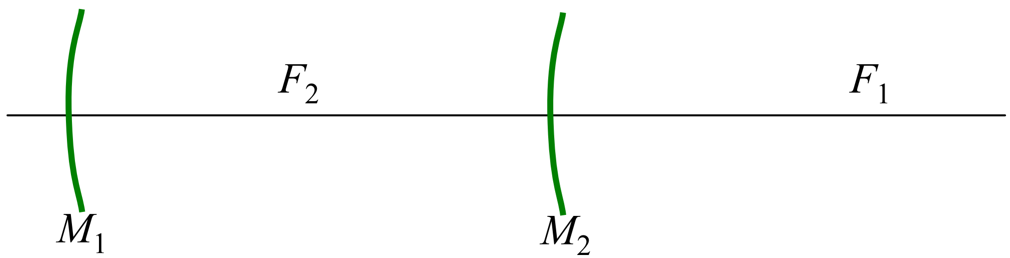
יציבות מהודים



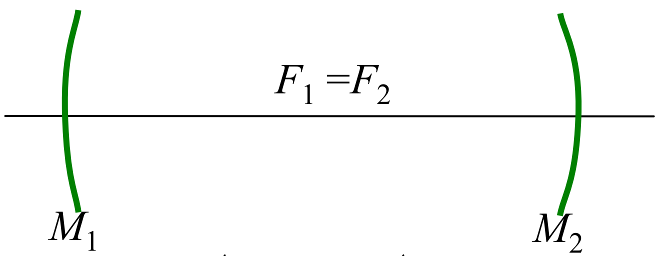
יציב



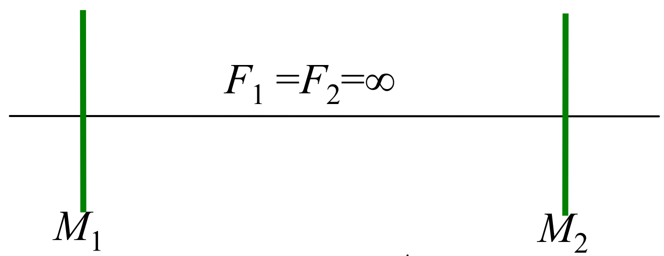
לא יציב



יציב



שולי (קונפוקלי)



שולי (פברי-פרו)